Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas III
CI-2523

> *Derechos y privilegios del hombre.*—Somos los hombres la única criatura que cuando fracasa puede suprimirse a sí misma, como se retira una frase imprudente —ya nos conduzcamos así por horror de la humanidad o por compasión hacia ella, o bien por aversión hacia nosotros mismo.
>
> Aurora, Federico Nietzsche.

Tarea 4

NOMBRE CARNET NOTA

1. Un tren consta de n vagones. Cada uno de los p pasajeros selecciona al azar el vagón en el cual viajará.
   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un pasajero en cada vagón?
   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente k vagones ocupados?
   (c) Use el resultado de la parte (a) para evaluar
   $$\binom{n}{1}1^p - \binom{n}{2}2^p + \binom{n}{3}3^p - \cdots + (-1)^{n-1}\binom{n}{n}n^p \quad 1 \leq p \leq n$$

2. Determine el número de soluciones en enteros positivos de las inecuaciones: $x_1 + x_2 + \cdots + x_k \leq n$ y $x_1 + x_2 + \cdots + x_k < n$.

3. Determine una fórmula que permita contar el número de permutaciones de $[n]$ en las cuales hay exactamente k enteros en su posición natural.

4. ¿De cuántas maneras se pueden sentar n matrimonios en una mesa redonda de tal forma que cada hombre tenga dos mujeres a su lado de las cuales ninguna es su esposa?

5. Probar que el número de grafos simples sin bucles y sin vértices aislados que pueden construirse con n vértices dados es
   $$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} 2^{\binom{n-k}{2}}$$

6. Una asamblea de $2n+1$ miembros debe estar compuesta por representantes de tres partidos diferentes. ¿De cuántas formas se pueden repartir los $2n+1$ puestos entre los tres partidos de tal manera que una coalición de dos partidos cualesquiera represente mayoría de votos?

7. Determine cuántas soluciones en los enteros tiene la ecuación
   $$x_1 + x_2 + x_3 = 15$$
   $$\text{sujeta a } \begin{cases} 1 \leq x_1 \leq 5, \\ 1 \leq x_2 \leq 6, \\ 1 \leq x_3 \leq 8. \end{cases}$$
   Sug.: Tome como propiedades: $p_1 : x_1 \geq 6$, $p_2 : x_2 \geq 7$, y $p_3 : x_3 \geq 9$